LAS FUNCIONES Y REGIONES VECTORIALES DE UNA "EDIFICACIÓN CON FACHADA DE DOMO"

Vicente Muñoz Vázquez, Misael Aguilar Gutiérrez

Giovanni De Jesús Vázquez, José De Jesús Hernández

Báez Gisela Leticia Cruz De Jesús

Ingeniería Civil

Instituto Tecnológico De Tehuacán

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es aplicar los conocimientos adquiridos en el curso de cálculo vectorial, todo el procedimiento realizado en este trabajo es de suma importancia ya que es aplicable en diferentes áreas como lo es en el campo de la ingeniería civil, el cálculo de las regiones limitadas por una frontera que divide las regiones interiores y exteriores fueron aplicadas en este proyecto aplicando los conocimientos adquiridos en el curso, y llevándolos a la práctica para determinar la definición de regiones ,masa, momentos y volúmenes de una región.

Abstract

The aim of this paper is to apply the knowledge acquired in the course of vector calculus, the whole procedure performed in this work is of utmost importance since it is applicable in different areas as it is in the field of civil engineering, the calculation of regions bounded by a boundary that divides the inner and outer regions were applied in this project using skills during practice leading them to have knowledge about the definition of regions and volumes of a region.

INTRODUCCIÓN

En nuestro diario andar podemos observar a nuestro alrededor edificios, casas, inmuebles, departamentos, etc. Un sinfín de construcciones de distintos colores, tamaños, formas, alturas, etc. Pero muy pocas veces nos ponemos a pensar en cómo está construido todo esto, si abra una forma de representarlo, tal vez hasta de plasmarlo en una hoja en una forma tridimensional, y analizar cada uno de sus componentes de una forma distinta a números o cantidades numéricas. Todo esto es posible gracias al cálculo vectorial, y en este ensayo demostraremos la forma en la cual es posible.

Comenzaremos a explicar ciertos temas los cuales se utilizaron para mostrar y explicar la estructura, dimensiones, volumen y masa de este proyecto. Tales como;

Ecuaciones lineales para las regiones de nuestro edificio como lo son paredes, techo y fachada.

Ecuaciones cuadráticas para el domo de la fachada.

Longitud de arco.

Ecuación lineal

Una ecuación lineal significa que es un planteamiento de igualdad, involucrando una o más variables a la primera potencia, que no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas

La forma de reescribir usando las reglas del álgebra elemental en formas más simples. Las letras mayúsculas representan constantes, mientras x e y son variables.

Ecuación general

$$Ax + By + C = 0$$

Ecuación lineal en el espacio n-dimensional

Las funciones lineales de varias variables admiten también interpretaciones geométricas. Así una función lineal de dos variables de la forma

$$f(x, y) = a_1x + a_2y$$

representa un plano y una función

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n$$

Representa una superficie plana de n-1 dimensiones en un volumen n-dimensional.

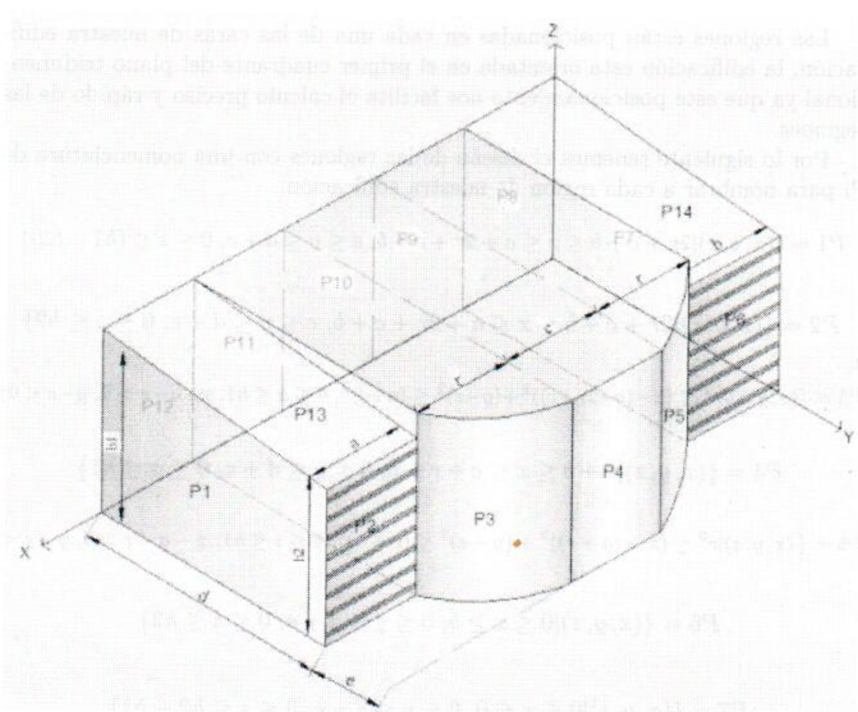

Fig. 1: Edificacion con fachada de Domo

Ecuación Cuadrática

Una ecuación de segundo grado o ecuación cuadrática es una ecuación algebraica de segundo grado.[1] [2] Es decir que la mayor potencia de la incógnita considerada en la ecuación, es dos. La expresión general de una ecuación cuadrática es

$$Ax + By + C = 0$$

Donde x representa la variable y a, b y c son constantes; a es un coeficiente cuadrático (distinto de 0), b el coeficiente lineal y c es el término independiente. La gráfica de una función cuadrática es una parábola. La ecuación cuadrática proporciona las intersecciones de la parábola con el eje de las abscisas, que pueden ser en dos puntos, en uno o ninguno.

REGIONES DEL DOMO

A continuación en el desarrollo de este trabajo explicaremos en base a que fueron diseñadas y que secuencia utilizamos para el cálculo de las regiones de nuestra tabla 1 proyecto llamada “edificación con fachada de domo”.

Cálculo De Volumen En Cada Región

Las aplicaciones de las integrales dobles se pueden extender de inmediato alas integrales triples. Por ejemplo si la función densidad de un objeto solido que ocupa la región E es p(x, y, z), en unidades de masa por una unidad de volumen, en cualquier punto dado (x, y, z), entonces su masa es:

$$m = \iiint_E \delta(x, y, z)dV$$

Y sus momentos a los tres planos coordenados son:

$$M_{yz} = \iiint_E x\delta(x, y, z)dV \qquad M_{xz} = \iiint y\delta(x, y, z)dV$$

$$M_{xz} = \iiint z\delta(x, y, z)dV$$

El centro de masa se localiza en el punto $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}\ )$, donde

$$\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m} \qquad \bar{x} = \frac{M_{yz}}{m} \qquad \bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}$$

Volumen:

El volumen es una magnitud escalar definida como el espacio ocupado por un cuerpo. Es una función derivada ya que se halla multiplicando las tres dimensiones. En matemáticas el volumen es una medida que se define como los demás conceptos métricos a partir de una distancia o tensor métrico. En física, el volumen es una magnitud física extensiva asociada a la propiedad de los cuerpos físicos de ser extensos o materiales.

Masa:

La masa, en física, es la cantidad de materia de un cuerpo.1 Es una propiedad intrínseca de los cuerpos que determina la medida de la masa inercial y de la masa gravitacional.

Centro de masa:

El centro de masas de un sistema discreto o continuo es el punto geométrico que dinámicamente se comporta como si en él estuviera aplicada la resultante de las fuerzasexternas al sistema. De manera análoga, se puede decir que el sistema formado por toda la masa concentrada en el centro de masas es un sistema equivalente al original

Una vez obtenidas las descripciones que limitan a las regiones es prácticamente inmediato el cálculo de los volúmenes de cada una de ellas, dichos volúmenes de efectúan en cada una de las regiones obteniéndose las siguientes expresiones

REGIONES PARA EL CALCULO DE VOLUMEN

$$R1 = \left\{(x, y, z)|b + r^2 + c \leq x \leq b + r^2 + c + a,\, 0 \leq y \leq d,\, 0 \leq z \leq h1 - h2\right\}$$

$$R2 = \left\{(x, y, z)|b \leq x \leq b + r^2 + c,\, 0 \leq y \leq d,\, 0 \leq z \leq h2\right\}$$

$$R3 = \{(x, y, z)|0 \leq x \leq b,\, 0 \leq y \leq d,\, 0 \leq z \leq h1 - h2\}$$

$$R4 = \left\{(x, y, z)|r^2 \leq (x - (b + 2r + c))^2 + (y - e)^2 \leq (e + d)^2,\, 0 \leq z \leq h1\},\, x - a - r > 0,\, y - e < 0\right\}$$

$$R5 = \{(x, y, z)|r + b \leq x \leq r + b + c,\, d \leq y \leq d + e,\, 0 \leq z \leq h1\}$$

$$R6 = \left\{(x, y, z)|r^2 \leq (x - (a + r))^2 + (y - c)^2 \leq (r + d)^2, 0 \leq z \leq h1,\, x - a - r = 0,\, y - e < 0\right\}$$

Volumen R1

$$R1 = \int_{R1} dv = \iiint_{\{(x,y,z)|b+r^2+c\leq x\leq b+r^2+c+a,\, 0\leq y\leq d,\, 0\leq z\leq h1-h2\}} dv = \int_{b+r^2+c}^{b+r^2+c+a}\int_0^d\int_0^{h1-h2} dzdydx$$

Masa

$$m = \iiint_{R1} \rho dv = \int_{b+r^2+c}^{b+r^2+c+a}\int_0^d\int_0^{h1-h2} dzdydx$$

Momento

$$M_{yz} = \iiint_{R1} \rho dv \qquad M_{xz} = \iiint_{R1} dv$$

$$M_{xy} = \iiint_{R1} dv$$

Volumen R2

$$R2 = \int\limits_{R2} dv = \iiint\limits_{\{(x,y,z)|b \leq x \leq b+r^2+c,\, 0 \leq y \leq d,\, 0 \leq z \leq h2\}} dv = \int\limits_{b}^{b+r^2+c} \int\limits_{0}^{d} \int\limits_{0}^{h1} dzdydx$$

Masa

$$m = \iiint\limits_{R2} \rho dv = \int\limits_{b}^{b+r^2+c} \int\limits_{0}^{d} \int\limits_{0}^{h1} \rho dzdydx$$

Momento

$$M_{yz} = \iiint\limits_{R2} xdv \qquad M_{xz} = \iiint\limits_{R2} ydv$$

$$M_{xy} = \iiint\limits_{R2} zdv$$

Volumen R3

$$R3 = \int\limits_{R3} dv = \iiint\limits_{\{(x,y,z)|0 \leq x \leq b,\, 0 \leq y \leq d,\, 0 \leq z \leq h1-h2\}} dv = \int\limits_{0}^{b} \int\limits_{0}^{d} \int\limits_{0}^{h1-h2} dzdydx$$

Masa

$$m = \iiint\limits_{R3} \rho dv = \int\limits_{0}^{b} \int\limits_{0}^{d} \int\limits_{0}^{h1-h2} \rho dzdydx$$

Momento

$$M_{yz} = \iiint\limits_{R3} xdv \qquad M_{xz} = \iiint\limits_{R3} ydv$$

$$M_{xy} = \iiint\limits_{R3} zdv$$

Volumen R4

$$R4=\int\limits_{R4} dv=\iiint\limits_{\{(x,y,z)|r^2\leq(x-(b+2r+c))^2+(y-e)^2\leq(e+d)^2,\,0\leq z\leq h1\},x-a-r>0,y-e<0\}} dv=\int\limits_{b+r+c}^{r^2+c+b}\int\limits_{d}^{e}\int\limits_{0}^{h^1}$$

Masa

$$m=\iiint\limits_{R4}\rho dv=\int\limits_{b+r+c}^{r^2+c+b}\int\limits_{d}^{e}\int\limits_{0}^{h^1}\rho dzdydx$$

Momento

$$M_{yz}=\iiint\limits_{R4} xdzdydx \qquad M_{xz}=\iiint\limits_{R4} ydzdydx$$

$$M_{xy}=\iiint\limits_{R4} zdzdydx$$

Volumen R5

$$R5=\int\limits_{R5} dv=\iiint\limits_{\{(x,y,z)|r+b\leq x\leq r+b+c,\,d\leq y\leq d,+e\,0\leq x\leq h1\}} dv=\int\limits_{r+b}^{r+b+c}\int\limits_{d}^{e}\int\limits_{0}^{h^1} dzdydx$$

Masa

$$m=\iiint\limits_{R5}\rho dv=\int\limits_{r+b}^{r+b+c}\int\limits_{d}^{0}\int\limits_{0}^{h^1}\rho dzdydx$$

Momento

$$M_{yz}=\iiint\limits_{R5} xdv \qquad M_{xz}=\iiint\limits_{R5} ydv$$

$$M_{xy}=\iiint\limits_{R5} zdv$$

Volumen R6

$$R6 = \int\limits_{R6} dv = \iiint\limits_{\{(x,y,z)|r^2 \leq (x-(a+r))^2+(y-c)^2 \leq (r+d)^2,\ 0 \leq z \leq h1,\ x-a-r=0,\ y-e<0\}} dv = \int\limits_b^r \int\limits_d^e \int\limits_0^{h^1} dzdydx$$

Masa

$$m = \iiint\limits_{R6} \rho dv = \int\limits_b^r \int\limits_d^0 \int\limits_0^{h^1} \rho dzdydx$$

Momento

$$M_{yz} = \iiint\limits_{R6} xdv \qquad M_{xz} = \iiint\limits_{R6} ydv$$

$$M_{xy} = \iiint\limits_{R6} zdv$$

CONCLUSION:

En conclusión podemos decir que el trabajo realizado se basa en el material de cálculo vectorial y la geometría de la estructura en tercera dimensión, la cual fue diseñada y estructurada utilizando varias funciones que definían precisamente la estructura, dibujada en AUTOCAD.

Sabemos que el cálculo de las regiones de una estructura puede ser de mucha utilidad al describirla como una estructura en sus 3 dimensiones mediante un modelo matemático, lo que nos permite relacionar estructuras de la vida real asociados con el cálculo vectorial.

También pudimos aplicar el cálculo vectorial para calcular el volumen, masa y momentos de nuestra edificación, y así logramos relacionar los conceptos adquiridos en el curso con un ejemplo de la vida real, en este caso una edificación con fachada de domo.

Agradecimientos: Es así como concluimos un trabajo de todos los conocimientos adquiridos en el curso de cálculo vectorial que en este caso fue impartido por el M.C. José Enrique Salinas Carrillo dando como terminado el cálculo de masa, volumen y momentos de una edificación en tercera dimensión.

References

[1] James Stewart, Editorial Cengage, 6ta edición