

DISEÑO DE LOSAS DE HORMIGÓN ARMADO

Calihua Ginez Alberto, Olivares Pérez Oscar

Ortiz Vázquez Pedro, Zepahua Solano Humberto Ángel

Ingeniería Civil

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE TEHUACÁN

RESUMEN

El presente proyecto se realizó con el propósito de hallar la forma de calcular losas de una forma muy sencilla, por ello ahondaremos en el cálculo de las áreas, del volumen de concreto, volumen de varilla, masa de la losa y los momentos de la misma de una forma sencilla, tomando como base el diseño de una losa de determinadas dimensiones que bajo a los procedimientos y soluciones realizados con los conocimientos del cálculo integral y vectorial nos dan a entender el diseño y cálculo de una losa.

Abstract

This project was conducted in order to find ways of calculating some parameters in slabs, so we report the calculation of areas, volumes of concrete, rod volume, mass of the slab and the moments of the concrete, based on the projected measures in design and in the geometry using procedures and tools of vector calculus, the suggested solution shows the applicability of mathematics in civil engineering.

INTRODUCCIÓN

Las losas son elementos estructurales bidimensionales, en los que la tercera dimensión es pequeña comparada con las otras dos dimensiones básicas. Las cargas que actúan sobre las losas son esencialmente perpendiculares al plano principal de las mismas, por lo que su comportamiento está dominado por la flexión. Antes de entrar a los cálculos necesarios para el diseño de una losa, haremos un breve repaso por las diferentes clases de losas.

CLASIFICACIÓN DE LAS LOSAS.

Clasificación de las Losas por el Tipo de Apoyos:

Las losas pueden estar soportadas perimetral e interiormente por vigas monolíticas de mayor peralte, por vigas de otros materiales independientes o integradas a la losa; o soportadas por muros de hormigón, muros de mampostería o muros de otro material, en cuyo caso se las llama Losas Sustentadas sobre Vigas o Losas Sustentadas sobre Muros, respectivamente. Las losas pueden sustentarse directamente sobre las columnas, llamándose en este caso Losas Planas, que en su forma tradicional no son adecuadas para zonas de alto riesgo sísmico como las existentes en nuestro país, pues no disponen de capacidad resistente suficiente para incursionar dentro del rango inelástico de comportamiento de los materiales, con lo que se limita considerablemente su ductilidad. La integración losa- columna es poco confiable, pero pueden utilizarse capiteles y ábacos para superar parcialmente ese problema, y para mejorar la resistencia de las losas al punzonamiento. Las losas planas pueden mejorar considerablemente su comportamiento ante los sismos, mediante la incorporación de vigas embebidas o vigas banda, con ductilidades apropiadas, en cuyo caso se llaman Losas con Vigas Embebidas, que pueden ser útiles para edificios de hasta 84 pisos, con luces y cargas pequeñas y medianas.

Clasificación de las Losas por la Dirección de Trabajo:

Si la geometría de la losa y el tipo de apoyo determinan que la magnitud de los esfuerzos en dos direcciones ortogonales sea comparable, se denominan Losas Bidireccionales. Si los esfuerzos en una dirección son preponderantes sobre los esfuerzos en la dirección ortogonal, se llaman Losas Unidireccionales.

Clasificación de las Losas por la Distribución Interior del Hormigón:

Cuando el hormigón ocupa todo el espesor de la losa se la llama Losa Maciza, y cuando parte del volumen de la losa es ocupado por materiales más livianos o espacios vacíos se la llama Losa Alivianada, Losa Aligerada o Losa Nervada.

Las losas alivianadas son las más populares en nuestro país por lo que, a pesar de que los códigos de diseño prácticamente no las toman en consideración, en este documento se realizará un análisis detallado de las especificaciones que les son aplicables. Los alivianamientos se pueden conseguir mediante mampuestos aligerados de hormigón (son los de mayor uso en nuestro medio), cerámica aligerada, formaletas plásticas recuperables o formaletas de madera. Las dimensiones estándar y los pesos de los bloques aligerados de hormigón disponibles en el mercado son:

COMPORTAMIENTO DE LAS LOSAS:

Losas Unidireccionales:

Las Losas Unidireccionales se comportan básicamente como vigas anchas, y se suelen diseñar tomando como referencia una franja de ancho unitario (un metro de ancho). Existen consideraciones adicionales que serán estudiadas más abajo. Cuando las losas rectangulares se apoyan en dos extremos opuestos, y carecen de apoyo en los otros dos bordes restantes, trabajan y se diseñan como losas unidireccionales. Cuando la losa rectangular se apoya en sus cuatro lados (sobre vigas o sobre muros), y la relación largo / ancho es mayor o igual a 2, la losa trabaja fundamentalmente en la dirección más corta, y se la suele diseñar unidireccionalmente, aunque se debe proveer un mínimo de armado en la dirección ortogonal (dirección larga), particularmente en la zona cercana a los apoyos, donde siempre se desarrollan momentos flectores negativos importantes (tracción en las fibras superiores). Los momentos positivos en la dirección larga son generalmente pequeños, pero también deben ser tomados en consideración.

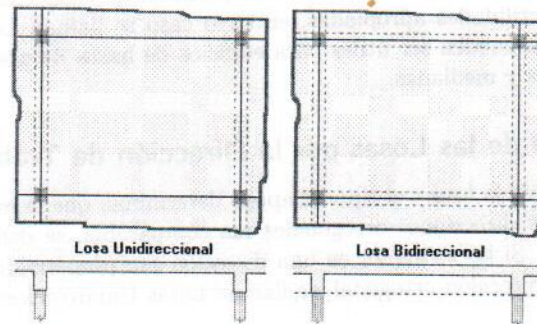


Fig. 1: Observamos en la imagen a las losas unidireccional y bidireccional respectivamente.

Losas Bidireccionales:

Cuando las losas se sustentan en dos direcciones ortogonales, se desarrollan esfuerzos y deformaciones en ambas direcciones, recibiendo el nombre de Losas Bidireccionales, estas no se tratarán aquí.

DESARROLLO

Estudiamos en este artículo el diseño de una losa de edificio, mostrada en la figura 3.-, en ella aparecen una losa con dimensiones en x y y de 15 y 9 metros respectivamente. El hormigón empleado en la estructura tiene una resistencia $f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2$, y el esfuerzo de fluencia del acero es $Fy = 4200 \text{ Kg/cm}^2$.

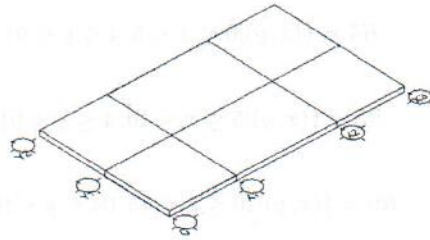


Fig. 2: Losa en vista isométrica

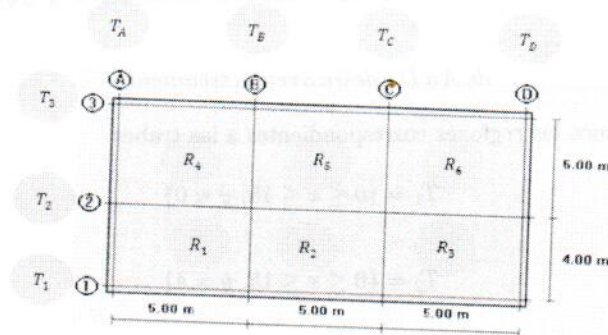


Fig. 3: Distribución de las habitaciones sobre las cuales está la losa.

Comenzamos por calcular las distancias.

$$r(x, y) = \{(x, y) \mid (x, y)\} \text{ es un elemento de } (x, y)$$

De donde:

$$0 \leq y \leq 9 \quad Y \quad 0 \leq x \leq 15$$

Calculamos las regiones de nuestra losa:

$$R1 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 5, 0 \leq y \leq 4\}$$

$$R2 = \{(x, y) \mid 5 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 4\}$$

$$R3 = \{(x, y) \mid 10 \leq x \leq 15, 0 \leq y \leq 4\}$$

$$R4 = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 5, 4 \leq y \leq 9\}$$

$$R5 = \{(x, y) | 5 \leq x \leq 10, 4 \leq y \leq 9\}$$

$$R6 = \{(x, y) | 10 \leq x \leq 15, 0.4 \leq y \leq 9\}$$

Donde:

R_n ; Region limitada por las trabes de la losa en x y y .

n : toma los valores de los subincisos de las trabes en x y y que van

de A a D y de 0 a 3 respectivamente.

Calculamos las regiones correspondientes a las trabes:

$$T_1 = \{0 \leq x \leq 15, y = 0\}$$

$$T_2 = \{0 \leq x \leq 15, y = 4\}$$

$$T_3 = \{0 \leq x \leq 15, y = 9\}$$

$$T_A = \{x = 0, 0 \leq y \leq 9\}$$

$$T_B = \{x = 5, 0 \leq y \leq 9\}$$

$$T_C = \{x = 10, 0 \leq y \leq 9\}$$

$$T_D = \{x = 15, 0 \leq y \leq 9\}$$

T_n ; Ecuaciones de las rectas limitadas por las trabes de la losa en x y y .

n ; toma los valores de los subincisos de las trabes en x y y que van

de A a D y de 0 a 3 respectivamente.

Y con estas regiones ya definidas calculamos el área de la región que será:

$$A = \sum_{n=0}^6 \int_{R_n} dA$$

Definimos también el alto de nuestra losa como h , tal y como se muestra en la figura.

$$h = \text{Ancho de losa}$$

Por lo tanto podemos definir nuestro volumen de losa como se muestra a continuación.

$$V_{\text{losa}} = \int (h * dA) = h \int dA = h \int_0^{15} \int_0^9 dx dy$$

Definimos nuestros límites:

$$V_i = \int_{L_t} (h * dA) = h \int dA$$

Donde;

$$L_t = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 15, \quad y \quad 0 \leq y \leq 8\}$$

Y calculamos la masa de nuestra losa:

$$\begin{aligned} m &= \int_{L_t} \rho_A dA = \int_{\{(x, y) | 0 \leq x \leq 15, 0 \leq y \leq 8\}} \rho dA = \int_0^{15} \int_0^9 \rho dy dx \\ &= \int_0^{15} [\rho]_0^9 dy = \int_0^{15} 9\rho dx \\ &= 9\rho(x)_0^{15} = 135\rho \end{aligned}$$

Calculamos también el volumen de nuestras varillas. La definimos de la forma más simple.

$$V = \pi r^2 * h$$

Todo esto obviamente tomando en cuenta el número de varillas que usara nuestra losa la cual definiremos como el número m por lo tanto el volumen de las varillas estará dado por la siguiente definición.

$$V = (m)\pi r^2 * h$$

Después de tener estos dos datos (volumen de la losa y volumen de la varilla) podemos hacer el cálculo del volumen de concreto a usar en la losa que estará determinado por:

$$V_{concreto} = V_{losa} - V_{varilla}$$

Que es lo mismo que:

$$V_{total} = \int (dA)r - (m)\pi r^2 h$$

Calculamos también los momentos que se producen en la losa. Tomando como funciones a las distancias marcadas en la figura 3, que son D para la distancia máxima en x y 3 para la distancia máxima en y.

$$M_x = \rho \int \int_R x dA$$

Donde;

$$R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 15, 0 \leq y \leq 9\}$$

Continuando con los cálculos tenemos;

$$M_x = \rho \int_0^{15} \int_0^9 x dx dy$$

$$M_x = \rho \int_0^{15} (xy)_0^9 dx = \rho \int_0^{15} 9x dx$$

$$M_x = \rho \int_0^{15} 9x dx = 9\rho \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^{15}$$

$$M_x = 1012.5\rho$$

Calculamos el momento en y.

$$M_y = \rho \int \int_R y dA$$

$$R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 15, 0 \leq y \leq 9\}$$

Continuando con los cálculos;

$$M_y = \rho \int_0^9 \int_0^{15} y \, dx \, dy$$

$$M_y = \rho \int_0^9 (yx)_0^{15} dy = \rho \int_0^9 15y \, dy$$

$$M_y = 15\rho \left(\frac{y^2}{2} \right)_0^9 = 607.5\rho$$

Calculamos la masa usando los límites;

$$m = \int \int \mu(x, y) \, dx \, dy$$

Donde;

$$R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 15, 0 \leq y \leq 9\}$$

$$m = \int_0^9 \int_0^{15} \mu(x, y) \, dx \, dy$$

$$m = \mu \int_0^9 y \left(\frac{x^2}{2} \right)_0^{15} dy$$

$$m = \mu \int_0^9 112.5y \, dy = (\mu) 112.5 \left(\frac{y^2}{2} \right)_0^9 = 4556.25\mu$$

Y por último con estos datos calculamos x' y y' .

$$x' = \frac{M_y}{m} = \frac{607.5}{4556.25} = \frac{2}{15}$$

$$y' = \frac{M_x}{m} = \frac{1012.5}{4556.25} = \frac{2}{9}$$

Como centro de masa obtenemos $(\frac{2}{15}, \frac{2}{9})$.

CONCLUSIONES

Como conclusión obtenemos los volúmenes, la masa, el centro de masa usando el cálculo vectorial, este nos ayudara, a relacionarlo con otras materias diferentes, así lo estudiado y aprendido en esta materia fue una muy excelente productividad grupal.

References

- [1] Cálculo: Trascendentes tempranas _ James Stewart _ Cengage Learning Editores, 1151 páginas
- [2] Diseño de Estructuras de Concreto Armado _ Teodoro E. Harmsen _ 3ra. Edición.
- [3] Diseño en Concreto Armado _ Roberto Morales _ Tercera edición.