SECCIÓN: "EL ESPACIO FÍSICO"

CAPÍTULO 1: *UNA MUY EMPLEADA Y DESCONOCIDA TRANSFORMADA*

POR: ROGELIO ROJAS RAMOS
Catedrático: Ciencias Básicas
Instituto Tecnológico de Tehuacán

A propósito del último número de la revista, en la que se abordó el tema de la transformada de Laplace, en este capítulo se presenta una transformada más conocida y, quizá, una de las primeras en ser entendida como tal.

Suponga que un amigo (tal vez nuestro viejo amigo el ratón) necesita realizar la siguiente operación aritmética:

$$\sqrt[1.5]{\left(\frac{7^3 \times 5^2}{3^4}\right)^5}.$$

Sin duda, él ingresará los datos en una calculadora científica obteniendo como resultado $5\,612\,594.9$ (¡si lo hace bien!). Pero remontemos en el tiempo, hasta la época en que los ratones, y los humanos, no sabían del uso de calculadoras electrónicas. Realizar el cálculo anterior le llevaría mucho tiempo, si tomamos en cuenta que ni él, ni sus amigos más intelectuales, incluido el elefante, conocían algún algoritmo para extraer la raíz 1.5-esima. Sin embargo, pensar en algún mecanismo que simplifique las operaciones aritméticas no es solo un deseo ratonesco, existen muchos mecanismos y, uno de ellos se conoce como *logaritmo*.

Las propiedades del logaritmo permiten transformar las operaciones aritméticas complicadas en otras más simples

$$\ln\left(\sqrt[1.5]{\left(\frac{7^3 \times 5^2}{3^4}\right)^5}\right) = \frac{5}{1.5}(3\ln 7 + 2\ln 5 - 4\ln 3).$$

Las cantidades $\ln 7$, $\ln 5$ y $\ln 3$ pueden ser obtenidas de tablas matemáticas, generalmente con 4 cifras después del punto decimal (reiteramos que no existen calculadoras). Al efectuar estas últimas operaciones, el resultado obtenido: 15.5403 no es la solución del problema original, sino el logaritmo de la solución.

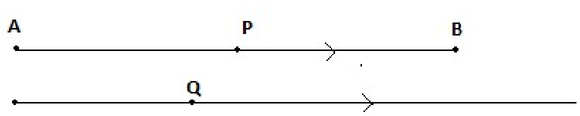
Ahora nuestro amigo roedor se enfrenta a un problema más grave: ¿Existe otro mecanismo que permita conocer la solución a partir del logaritmo de la solución? La respuesta es si, un segundo deseo cumplido al ratón (y no es el ratón de los dientes), el nuevo mecanismo se conoce como exponencial. Aplicando el nuevo mecanismo obtenemos $\exp(15.5403) = 5\,611\,526.4$, un resultado en verdad sorprendente para la época, en cuanto a precisión e ingenio. El empleo del logaritmo no es solo importante para dar respuesta a ratones y elefantes, muchos problemas en la ciencia, la ingeniería, la navegación y en muchas otras áreas necesitaban de la resolución de estas operaciones aritméticas complicadas.

Después de esta historia, se puede entender al logaritmo como una transformada, es decir, un mecanismo que simplifica las operaciones en otro espacio y, una vez realizadas dichas operaciones, mediante un mecanismo inverso recuperamos la solución.

Una *transformada de Laplace*, que a menudo aparece en los artículos de esta revista, es un mecanismo que transforma las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas, cuya solución sometida a un mecanismo inverso (transformada inversa de Laplace) nos proporciona la solución de las ecuaciones diferenciales.

Continuando con la transformada logaritmo, existen muchas clases de logaritmos, de manera formal, existen una infinidad de logaritmos, siendo los más conocidos el logaritmo base 10 ($\log x$) y el logaritmo natural ($\ln x$). Pero el primero en definir una transformación de este tipo fue Neper en su publicación de 1614, *Mirifici logarithmonum canonis description* (Descripción de las maravillosas leyes de los logaritmos); este trabajo fue hecho antes de inventarse el uso de los exponentes. Se eligió el número 10^7 porque las tablas de Neper (destinadas a cálculos astronómicos y de navegación), daban los logaritmos de senos de ángulos para los cuales las mejores tablas disponibles se extendían a siete decimales, y Neper quería evitar fracciones.

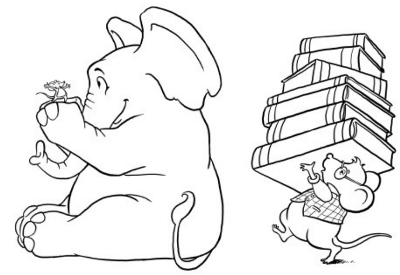
Para la definición de logaritmo dada por Neper[1] considere un punto P se mueve a lo largo de un segmento rectilíneo AB de longitud 10^7 mientras que otro punto Q se mueve a lo largo de un rayo infinito.



La velocidad de P es siempre igual a la distancia desde P a B, mientras que Q se mueve con velocidad constante $Q'(t) = 10^7$. La distancia recorrida por Q en el tiempo t se define como el logaritmo neperiano de la distancia desde P hasta B en el tiempo t

$$10^7 t = \text{lN}[10^7 - P(t)].$$

[1] [1] M. Spivac; Calculus, segunda edición; Reverté (493) México 1992.



Hasta aquí la transformada logaritmo, un preámbulo para seguir con las muchas otras transformadas, no solo la de Laplace.