DETERMINACIÓN DE FUERZAS RESULTANTES EN PROBLEMAS BÁSICOS DE ESTÁTICA, A TRAVÉS DEL ANÁLISIS VECTORIAL EN R^2 Y R^3

(Análisis en el plano y en el espacio)

Félix Pérez Montero, Ismael Merino Cantorio,

Martin Eduardo Arellano Dávila, Julio Cesar Camarillo Feria.

Ingeniería Mecatrónica.
Instituto tecnológico de Tehuacán.

PALABRAS CLAVE: Vectores en física, problemas en el plano y espacio.

ABSTRACT:

The paper presented now is a step by step explanation, for solve problems In physics, detailing the procedure regarding the way how to solve problems with physical quantities through the analysis of forces through the planes and the space in respectively regions in R^2 and R^3.

RESUMEN:

El artículo que se presenta a continuación, es un explicación paso por paso, detallando el procedimiento acerca de la manera en cómo se resuelven problemas con magnitudes físicas a través de el análisis de dichas fuerzas a través de los planos y el espacio en las regiones respectivas en R^2 y $R^{3.}$

INTRODUCCION:

Cuando trabajamos en el cálculo de fuerzas que actúan en una partícula, el término partícula, sugiere que el tamaño del objeto a estudiar no sea considerado importante. Cuando se aplican dos o más fuerzas y se considera al objeto como partícula, se tiene que para encontrar la fuerza equivalente con el mismo efecto sobre ellas, se requiere obtener la resultante de todas esas fuerzas.

Cada una de las fuerzas se pueden considerar como vectores se puede descomponer en el plano (x,y) para poder representarlas en el plano y en (x,y,z) para poder representarlas en el espacio.

DESARROLLO:

R^2 es el conjunto de los vectores (x_1 ,,y_1) con x_1 y y_1 numero reales, como cada punto se puede escribir en la forma (x , y) es evidente que cualquier punto se puede ver como un vector en R^2 y viceversa. Sin embargo para varias aplicaciones físicas en conceptos como

fuerza, velocidad, aceleración y cantidad de movimiento, es importante pensar en un vector, no como un punto, si no como un objeto que tiene magnitud y dirección.
Definamos un vector, desde dos puntos de vista, uno geométrico y otro analítico.
Definición geométrica de un vector:
El conjunto de todos los segmentos de recta dirigidos equivalentes a un segmento dirigido dado, se llama vector. Cualquier segmento de recta dirigido en ese conjunto se conoce como un represéntate del vector.
Definición algebraica de un vector:
Un vector v en el plano xy es un par ordenado de nueros reales (a, b). Los números a y b se conocen como las componentes de vector v y el vector cero es (0, 0)
Si v es el vector entre los puntos P y Q, entonces la magnitud o longitud de e vector v se define como:

$$|v| = magnitud\ de\ v = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Y la dirección de el vector se reconoce como $\overrightarrow{0R}$.
Dirección de un vector:
Definimos la dirección de un vector $v = (a, b)$ como el angulo θ que forma el vector con la parte positiva del eje x, por convención elegimos θ tal que $0<\theta<2\pi$, en ese caso la tangente de theta viene dado por

$$tan\theta = \frac{b}{a}$$

Multiplicación de un escalar por un vector.
Si $v = (a, b)$ entonces $\propto v = (\propto a, \propto b)$ de manera que:

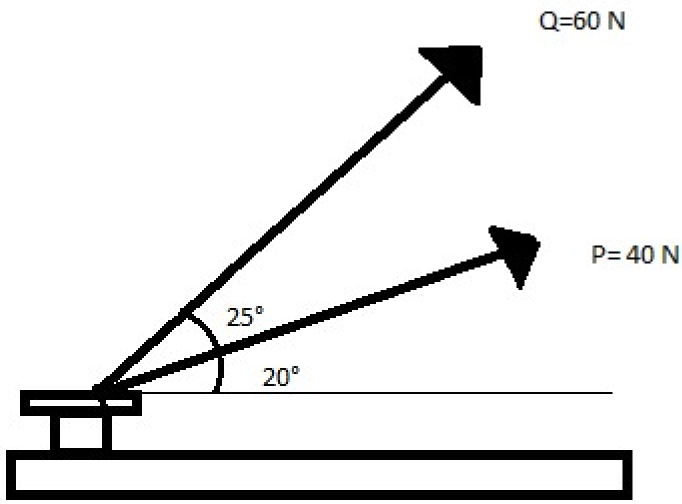
$$|\propto v| = \sqrt{\propto^2\ a^2 + \propto^2\ b^2} = |\propto|\sqrt{a^2 + b^2} = |\propto|\ |v|$$

Multiplicar un vector por un escalar tiene el efecto de multiplicar la magnitud del vector por el valor absoluto de ese escalar.

Suma de vectores.
Si tenemos los vectores u = (a_1, b_1) y v= (a_2, b_2), entonces la suma de vectores es iguala a u + v= (a_1+a_2, b_1+b_2).

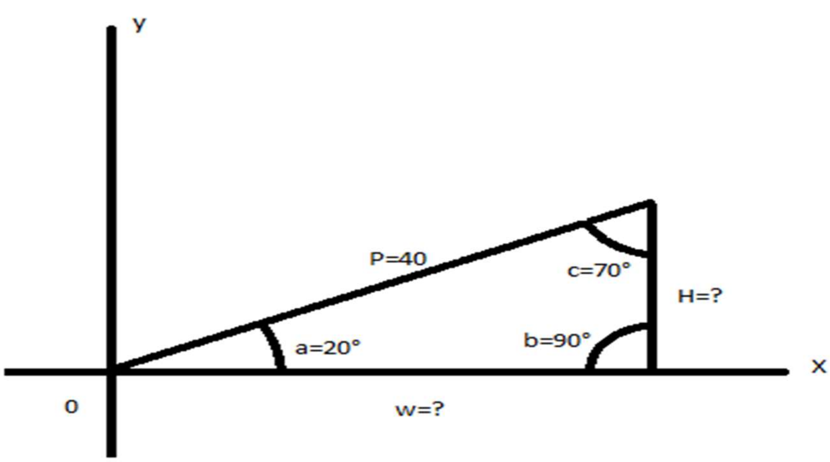
Propongamos un problema para ilustrar el desarrollo del procedimiento para el análisis de las fuerzas vectoriales.
Problema 2.1 pagina 22.
Tomado del libro Mecánica vectorial para ingenieros. Estática.

Tenemos dos fuerzas P y Q que actúan sobre un perno. Determinar la resultante.(el vector que satisfaga la suma de los vectores P y Q



Nota: usaremos la unidad newton como unidad de medida.
Este problema tiene soluciones múltiples (grafica, trigonométrica y trigonométricas alternativas), pero para esta demostración solo nos interesa la solución por vectores en R^2.

Ahora.
Debemos encontrar los puntos (x,y), que satisfagan el vector P= 40 con Ө=20°
Para esto será necesario usar el teorema del seno para poder hallar las magnitudes en x ,y.
Primero debemos hallar los ángulos del triangulo que forma el vector p en el plano.



Esto lo hacemos trazando una línea imaginara H al final del vector, y la finalizamos en el eje de las x, como todo triangulo la suma de sus lados nos da un total de 180°, Si (a+b+c)=180°, y gráficamente se nos muestra que b es un ángulo recto equivalente a 90°, entonces:

$$(a+b+c)=180°$$

Despejando c;

$$c=180°-(a+b)=180°-(20°+90°)=70°$$

Tomando en cuenta el teorema del seno,

$$\frac{A}{sen\ a}=\frac{B}{sen\ b}=\frac{C}{sen\ c}$$

Aplicándolo a nuestro problema;

$$\frac{H}{sen20°}=\frac{P}{sen90°}=\frac{W}{sen70°}$$

Despejando H en P

$$H=sen20°\frac{40}{sen90°}=13.6$$

Despejando W en P

$$P=seno\ 70°\frac{40}{sen90°}=37.5$$

Por lo tanto:

$$(x_1,y_1)=(37.5,13.6)$$

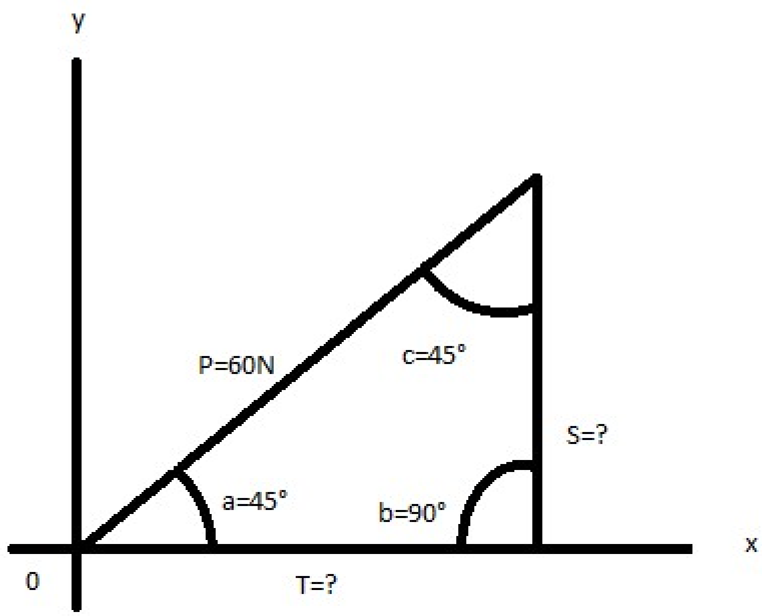
Calculemos el vector Q.

Colocamos a Q en el plano, dibujamos una línea imaginaria desde el extremo del vector Q hasta el eje de las x, se observa que el ángulo formado por la línea imaginaria y el eje de las x es un ángulo recto. Por lo tanto si contamos con el ángulo formado por el vector Q y el eje de las x tenemos:

$$180°=(a+b+c)$$

Despejando c

$$c=180°-(a+b)=180°-(45°+90°)=45°$$



Tomando en cuenta el teorema del seno,

$$\frac{A}{sen\ a} = \frac{B}{sen\ b} = \frac{C}{sen\ c}$$

$$\frac{S}{sen\ 45°} = \frac{P}{sen\ 90°} = \frac{T}{sen\ 45°}$$

Si tenemos la magnitud de P, empezaremos por despejar S

$$\frac{S}{sen\ 45°} = \frac{P}{sen\ 90°}$$

Despejando S en P:

$$S = sen\ 45° \frac{60}{sen\ 90°} = 42.4$$

Despejando T en P:

$$\frac{P}{sen\ 90°} = \frac{T}{sen\ 45°}$$

$$T = sen\ 45° \frac{60}{sen\ 90°} = 42.4$$

Por lo tanto tenemos nuestro

$$(x_2, y_2) = (42.4,42.4)$$

Ahora según el libro de Stanley I. Grossman Algebra lineal capitulo tres.

Para la suma de los vectores P y Q que de cómo resultado el vector R tenemos que:

P+Q= $(x_1,y_1)+(x_2,y_2)=((x_1+x_2,y_1+y_2)$
Entonces:
P+Q =R=$(x_1, y_1) = (37.5,13.6)$ + $(x_2, y_2) = (42.4,42.4)$
= (37.5+42.4,13.6+42.4)
R=(80,56)

Para obtener la magnitud resultante del vector R solo se debe realizar esta sencilla operación

$$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Aplicándolo a nuestro problema

$$R = \sqrt{80^2 + 56^2} = 97.65N$$

Redondeamos al magnitud por el hecho de no haber calculado con todos los decimales.

$$R = 98N$$

CONCLUSIONES:

Para el análisis de fuerzas vectoriales, visto desde el la panorámica matemática, resulta mucho más sencillo y comprensible que si se estudia desde la parte física.
Por esos motivos nos pareció factible mostrar lo compresible que resultan dichas respuestas a problemas reales.