

PRÓTESIS DE BIOMATERIALES SINTÉTICOS PARA LA RECONSTRUCCIÓN DE VASOS SANGUINEOS DAÑADOS.

Roció González Romero, Alicia Velázquez, Velázquez, Hugo Daniel Nava Nava

La_chiyins@hotmail.com, bioyetin@hotmail.com,

rasta844@hotmail.com

INGENIERIA INDUSTRIAL.

INSTITUTO TECNOLOGICO DE TEHUACAN

PALABRAS CLAVE.

Prótesis vasculares, Leucocito polimorfo nuclear, Motilidad

RESUMEN:

El presente artículo trata acerca de las prótesis vasculares y la difusión de leucocitos a través de la sangre, tomado de un problema propuesto en:

<http://www.miamivascular.com/handler>.

Se resolvió el problema de determinar la velocidad con que llegan los leucocitos a la prótesis, aplicando ecuaciones diferenciales parciales al control de la motilidad hacia la superficie de la prótesis para minimizar la probabilidad de una infección.

INTRODUCCIÓN

El tema de las prótesis con biomateriales sintéticos para la reconstrucción de vasos sanguíneos, resulta interesante, ya que muchas de las veces estamos expuestos a accidentes que pueden ocasionarnos la pérdida de algún órgano o parte fundamental de nuestro organismo; para ello es de gran importancia saber cómo es que una prótesis sustituye a la función que desempeñaba algún órgano, también es muy importante tener en cuenta que los leucocitos ayudan a nuestro organismo a crear defensas para evitar ciertas infecciones por la incompatibilidad de la prótesis.

El papel de la migración leucocitaria en las reacciones inflamatorias ha hecho que se desarrollen técnicas de radio marcaje de estas células con el fin de usarse como un método específico para la localización de los lugares de infección. Para este marcaje se han utilizado diversos métodos, la mayoría de ellos basados en componentes liposolubles.

TEORIA

Consideramos prótesis vasculares, a todo tipo de material que reemplace algún componente del aparato circulatorio.

No hay duda que la patología venosa y sus consecuencias a largo plazo conducen a un problema social y ausentismo laboral importante, pero las complicaciones derivadas de la patología arterial oclusiva (infartos cerebrales, claudicación intermitente, amputaciones, etc.) o aneurismática (ruptura, trombosis, embolizaciones), son de un impacto aún mayor en cuanto a calidad de vida de una persona a corto y largo plazo. Es por esto que desde los inicios de la cirugía

vascular moderna ha existido siempre una mayor demanda por desarrollar nuevas y mejores prótesis para el territorio arterial, dada la importancia de la enfermedad aterosclerótica presente en las sociedades modernas. Además debemos aceptar que la cirugía de reemplazo de segmentos venosos, ha estado acompañada de fracasos, dado que el flujo lento en este sector, predispone frecuentemente a oclusiones trombóticas.

En el campo de la cirugía de reemplazo de venas de pequeño calibre, la única alternativa viable en la actualidad es el empleo de venas autólogas. En pacientes portadores de un síndrome postflebítico severo con lesiones ulceradas extensas secundarias e insuficiencia valvular, se han utilizado segmentos valvulados de vena axilar o safena interna del mismo paciente, para interponerlos en la vena femoral. Manteniendo una permeabilidad a largo plazo, se logra obtener una mejoría hemodinámica con reducción de las presiones venosas de tobillo en reposo y eventual control de la lesión ulcerada.

La reconstrucción de vasos sanguíneos dañados u ocluidos mediante prótesis de biomateriales sintéticos puede estar comprometida por la incidencia de una infección bacterial sobre la superficie de la misma. Los leucocitos polimorfo nucleares presentes en la sangre sirven como mediadores de procesos inflamatorios, por lo que el control de la motilidad hacia la superficie de la prótesis puede ser un factor crítico para minimizar la probabilidad de una infección.

Los investigadores Rosenson y Schoss(2002) describieron la motilidad de los leucocitos sobre la superficie de la prótesis, ellos usaron un sistema físico de difusión – convección, la modelización matemática está dada por la siguiente ecuación diferencial:

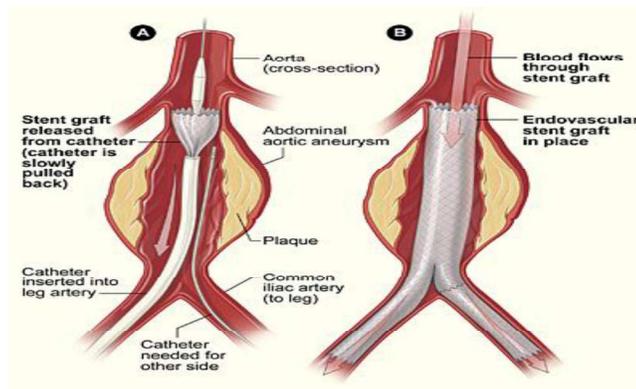


Figura 1.2 La figura muestra una visión más clara de la colocación de la prótesis en una vena.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \mu_D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_{eff} \frac{\partial C}{\partial x} \quad (1)$$

Donde:

$C=C(x,t)$ representa la concentración de leucocitos en sangre desde el centro del vaso hacia la superficie de la prótesis.

x : Es la dirección normal a la superficie de la prótesis, en cm.

t : Es el tiempo en seg.

Las ecuaciones de Rosenson y Schoss(1) surgen de plantear un balance de masa, el primer término de la derecha está asociado al proceso de difusión, y donde μ_D representa el coeficiente aleatorio de migración, mientras que el segundo término corresponde a la convección natural donde v_{eff} es una constante asociada a la velocidad migratoria direccional de las células.

Considerando que la velocidad migratoria de las células es insignificante debido a condiciones isotrópicas del medio, se supone que $v_{eff} = 0$.

Así se obtiene la ecuación (2), con la restricción que aparece a continuación:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \mu_D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2)$$
$$0 < x < L, \quad t > 0$$

Para minimizar la probabilidad de infecciones que puedan conducir a un rechazo de la prótesis se requiere minimizar la concentración de leucocitos en la superficie. Esto nos conduce a establecer las condiciones de frontera e iniciales adecuadas.

Lo cual está directamente ligado a la selección de un biomaterial adecuado para la prótesis y, en algunos casos, al uso de agentes químicos que alteren las propiedades cinético-químicas del medio.

Matemáticamente esto se ve representado en:

- La velocidad de difusión en el medio.
- Condición de frontera en el extremo $x=L$ (interacción con la superficie).

Proponemos entonces analizar un modelo matemático dado por la ec. (2) con las siguientes condiciones:

$$C(0, t) = C_0 \quad t \geq 0 \quad (3)$$

C nos representa la concentración de leucocitos en sangre desde el centro del vaso hacia la superficie de la prótesis en un tiempo ≥ 0

$$\frac{\partial C}{\partial x} C(L, t) = 0 \quad t \geq 0 \quad (4)$$

La derivada parcial de la concentración de leucocitos en la sangre desde el centro del vaso hacia la superficie de la prótesis con respecto al dirección normal de la superficie de la prótesis de C (L,t).

$$C(x, 0) = f(x) \quad 0 \leq x \leq L \quad (5)$$

La concentración de los leucocitos en la sangre desde el centro del vaso hacia la superficie de la prótesis debe de ser igual a una función de x.

Resolveremos la ecuación diferencial con las condiciones iniciales y de frontera dadas anteriormente, con la solución encontrada graficaremos la concentración de leucocitos en $t=0$ y en $0 \leq x \leq 0.2$. Verifiquemos que se cumpla la condición inicial dada.

DESARROLLO:

Propondremos:

$$C(x, t) = X(x) + T(t)$$

Para separar variables en (1). Entonces, si -A es la constante de separación, las dos iguales

$$\frac{X''}{x} = \frac{T'}{\mu_D T} = -A \quad (6)$$

Conducen a las dos ecuaciones diferenciales ordinarias

$$X'' + Ax = 0 \quad (7)$$

$$T' = \mu_D AT = 0 \quad (8)$$

Antes de resolver (7), observamos que las condiciones de frontera de (3) aplicadas a $C(x, t) = X(x)T(t)$ son:

$$C(0, t) = X(0)T(t) = 0$$

Y

$$C(L, t) = X(L)T(t) = 0$$

Puesto que tiene sentido esperar que $T(t) \neq 0$ para toda t , las igualdades anteriores valen sólo si $X(0) = 0$ y $X(L) = 0$. Estas condiciones de frontera homogéneas junto con las ecuaciones diferenciales homogéneas (7) constituyen un problema regular de Sturm-Liouville

$$X'' + Ax = 0, \quad X(0) = 0, \quad X(L) = 0 \quad (9)$$

Consideremos 3 casos posibles para el parámetro A: cero, negativo o positivo.

$$X(x) = C_1 + C_2 x \quad A = 0 \quad (10)$$

$$X(x) = C_1 \cosh(\alpha x) + C_2 \sinh(\alpha x) \quad A = -\alpha^2 < 0 < \alpha \quad (11)$$

$$X(x) = C_1 \cos(\alpha x) + C_2 \sin(\alpha x) \quad A = \alpha^2 > 0 \quad (12)$$

Proponemos para (7)

$$\frac{T'}{T_{\mu D}} = -A$$

$$T' = -A_{\mu D} T$$

$$T' = -A_{\mu D} dt$$

$$\ln T = -A + \mu_D t + C$$

$$T = e^{-(-A + \mu_D t + C)}$$

Se llegó a este resultado tomando las condiciones anteriores de A: cero, positivo, o negativo

Tomamos en cuenta las condiciones de frontera

Caso 1 y Caso 2 son soluciones triviales

Caso 3

$$C(0, t) = C_1 \cos(\alpha x) + c_2 \sin(\alpha x)$$

$$C_1 \cos(\alpha 0) + C_2 \sin(\alpha 0) = 0$$

$$C_1 = 0$$

$$\frac{\partial(L, t)}{\partial x} = -C_1 \alpha \sin(\alpha x) + \alpha C_2 \cos(\alpha x)$$

$$= -\alpha C_1 \sin(\alpha(L)) + \alpha C_2 \cos(\alpha(L)) = 0$$

$$\alpha C_2 \cos(\alpha L) = 0$$

$$\alpha L = K\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\alpha = \frac{K\pi + \frac{\pi}{2}}{L}$$

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\frac{K2\pi t}{L}} \cos\left(\frac{K\pi + \frac{\pi}{2}}{L}\right)$$
$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{K\pi + \frac{\pi}{2}}{L}x\right)$$
$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{L}\right) dx$$
$$C(x, t) = \frac{2}{L} \left(\int_0^L f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{L}\right) x dx \right) e^{-\frac{K(n^2\pi^2)t}{L}} \cos(n\pi x)$$

CONCLUSIÓN

A través del desarrollo de este artículo nos damos cuenta de la gran importancia y utilidad que tienen las ecuaciones diferenciales parciales en el área de medicina, una interacción poco común por ahora en nuestro medio, que está relacionado con la ingeniería industrial. Este estudio es solo el comienzo de una interacción entre dos áreas aparentemente distintas pero que como se muestra en el artículo tiene una base común en las ciencias básicas, y esto permitirá la formación de grupos interdisciplinarios en los cuales estaríamos integrados como ingenieros con pares médicos y de otras áreas.

Durante la elaboración del artículo pudimos poner en práctica las técnicas aprendidas de matemáticas en nuestra formación y percibimos que es diferente la cátedra por sí sola, comparada con la modelación práctica usando modelos teóricos; así como también percibimos el gran campo de aplicación de las ecuaciones diferenciales.

La concentración de los leucocitos, fundamentalmente tiene las posibles:

- 1.- $C(x, t) = C_1 + C_2 x (e^{-(-A+\mu_D t+C)}) A = 0$
- 2.- $C(x, t) = C_1 \cosh(\alpha x) + C_2 \sinh(\alpha x) (e^{-(-A+\mu_D t+C)}) A = -\alpha^2 < 0 < \alpha$
- 3.- $C(x, t) = C_1 \cos(\alpha x) + C_2 \sin(\alpha x) (e^{-(-A+\mu_D t+C)}) A = \alpha^2 > 0$

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al M.C. José Enrique Salinas Carrillo, y Alván Alvarado Zavaleta, Alejandra Domínguez Hernández, Emilio Ibarra Martínez, Manuel Amador Gálvez. Quienes iniciaron este proyecto que ahora reportamos.

BIBLIOGRAFÍA

Dennis G. Zill y Michael R. Cullen, Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera., Editorial: CENGAGE Learning, Séptima edición.
Luis Ángel Zaldívar Cruz, Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Agosto 2004

WEBIOGRAFIA

http://www.miamivascular.com/handler.cfm?event=practice_template&cpid=6397
<http://www.MATEMATICAS\Fourier series - Wikipedia, the free encyclopedia.html>
<http://www.Sucesiones y series de funciones.html>