LA CANTIDAD DE HARINA DE TRIGO DISUELTA EN LA MASA DE MAIZ

Wilfredo Luna Marín[1], Mario López Sánchez[1], Rodolfo Cruz Miguel[1], Armando Carpintero Rodríguez[1], Sotero Martínez Juarez[2]

Ingeniería Industrial[1]

Bachillerato licenciado "Jesús Reyes Heroles[2]"

Instituto Tecnológico de Tehuacán[1]

Resumen

En el presente artículo se dará a conocer un modelo en derivadas parciales aplicado al cálculo de la cantidad de harina de trigo a agregar a la masa para obtener la consistencia que se requiere para obtener una buena tortilla, en este artículo se aplican las matemáticas y esto demuestra lo interesante y servicial que pueden ser al aplicarlas a las actividades que se realizan en la vida diaria para resolver problemas reales.

Introducción

Nosotros como aspirantes al título de Ingeniero Industrial requerimos abarcar áreas como la de producción, la calidad, productividad etc. por tanto, un Ingeniero Industrial debe tener por lo menos una noción de estas áreas.

Hay muchas empresas que trabajan con el mezclado de elementos utilizados en la producción de su producto como lo es la producción de las tortillas que es el área en la que vamos a aplicar nuestras ecuaciones diferenciales parciales.

Al analizar el proceso en la tortillería Rigo nos dimos cuenta que se necesita saber la cantidad de harina que mezclada a la masa en un momento cualquiera para saber si la proporción es adecuada.

DESARROLLO

Esta aplicación tiene lugar en la tortillería "Rigo", donde nos especificaron que cada bola de masa para las tortillas tiene 30 kg de masa de maíz y tiene disuelto 3 kg de harina de trigo para que las tortillas tengan la consistencia necesaria.

El contenedor que alimenta tortillería tiene 30 kg de de masa de maíz con 3 kg de harina de trigo disuelta en ella. Se introduce al contenedor 0.5 kg de masa de harina a razón de 8 kg de masa por minuto y con la masa ya revuelta se deja salir hacia la maquina tortillera una cantidad de 12 kg por minuto. Se desea hallar la cantidad de harina de trigo para un momento cualquiera, utilizando para tal fin un modelo con ecuaciones diferenciales.

Solución

Nuestra incógnita es $y(t)$, la cantidad de harina de trigo para un tiempo t. Para prescindir de indicar las unidades, establecemos que todos los volúmenes estarán en litros, los tiempos en segundos y las masas en kilogramos

Observemos ante todo que el volumen de la masa irá disminuyendo, dado que entran 8 kg/min y se pierden 12 kg/min, lo que arroja una pérdida neta de 4 kg min. Por ende, a un tiempo t se habrán perdido $4t$ kilos y el volumen remanente será:

$V(t) = 30 - 4t$

Se observa que antes de pasar la bola de masa a la maquina es mezclada, es razonable considerar que la concentración en el mismo es uniforme, y por lo tanto igual a la concentración a la salida. Quiere decir que:

Concentración en el tanque =.$\frac{y(t)}{V(t)} = \frac{y(t)}{30-4t} = C_s(t)$

Veamos ahora cuál es la variación de la cantidad total de la harina de trigo en el contenedor. Por un lado se recibe una cantidad de 8kg/min a 0,5 kg/min; el producto entre estos dos valores nos da la cantidad de harina que se va ganando por minuto. Por otro lado, sale del contenedor una cantidad de12 kg/min, a una concentración variable en el tiempo y que vendrá dada por $y(t)/(30-4t)$; el producto entre ambos nos dará la cantidad de harina que se pierde por minuto. Por ende:

Variación de harina = Ganancia de harina – Pérdida de harina ⇒

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 8 \times 0{,}5 - 12\,\frac{y}{30-4t}$$

Reordenando esto nos queda la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{12}{30-4t}y=4{,}0\ ;\ sujeta\ a\ y(0)=3$$

La condición inicial viene dada por los 3 kilos de harina que había en el tanque al iniciarse el proceso.

La ecuación diferencial que modela este problema es de la forma $y'+p(t)y=f(t)$, que es una ecuación diferencial lineal, la resolveremos como tal con el coeficiente del término lineal en y *que es* $\frac{12}{30-4t}$. A si que el factor integrante vendrá dado por:

$$\frac{dy}{y}=-12\frac{dt}{30-4t}$$

$$\int\frac{dy}{y}=-12\int\frac{dt}{30-4t}$$ u=30-4t du=-4tdt

$$\int\frac{dy}{y}=\frac{-12}{-4}\int\frac{-4dt}{30-4t}$$

$$\int\frac{d}{dy}=3\int\frac{-4dt}{30-4t}$$

$$\ln(y)=3\ln(30-4t)+C$$

$$y=3e^{\ln(30-4t)}+c$$

$$y_1=e^{3\ln(30-4t)}$$

(recordemos que necesitamos *un* factor, no la familia completa). Hemos omitido las barras de valor absoluto en el logaritmo porque el volumen será siempre positivo.

Proponemos $y_p=Uy_1$

$$y_p^{\prime}=U^{\prime}y_1+Uy_1^{\prime}$$

Entonces:

$$y_p^{\prime}=U\left(\frac{-12e^{3\ln(30-4t)}}{30-4t}\right)+\left(e^{3\ln(30-4t)}\right)U^{\prime}$$

Agregando a la ecuación original:

$$U\left(\frac{-12e^{3\ln(30-4t)}}{30-4t}\right) + \ (e^{3\ln(30-4t)})U' + U\frac{12e^{3\ln(30-4t)}}{30-4t} = 4$$

Factorizando u:

$$U\left(\frac{-12e^{3\ln(30-4t)}}{30-4t} + \frac{-12e^{3\ln(30-4t)}}{30-4t}\right) + U'e^{3\ln(30-4t)} = 4$$

Pero $y' + p(x)y = 0$

$$U'e^{3\ln(30-4t)} = 4$$

Despejando:

$$U' = \frac{4}{e^{3\ln(30-4t)}}$$

$$\int U' = \int \frac{4}{e^{3\ln(30-4t)}}$$

$$U = \int \frac{4}{(30-4t)^3}$$

$$U = 4\int \frac{dt}{(30-4t)^3}$$

$$U = 4\int (30-4t)^{-3}dt$$

$$U = \frac{-1(30-4t)^{-2}}{-2}$$

$$U = \frac{1}{2(30-4t)^2} + C$$

Entonces

$$y_p = \frac{e^{3\ln(30-4t)}}{2(30-4t)^2}$$

CONCLUSIONES

En esta aplicación pudimos determinar la ecuación diferencial con tres variables: el tiempo, la cantidad de harina de trigo y de masa utilizada en el proceso. Si introducimos valores a t encontraremos la cantidad de harina de trigo en un momento determinado

AGRADECIMIENTOS

Primeramente quisiéramos agradecerle al M.C. José Enrique Salinas Carrillo por la colaboración que nos otorgo para poder realizar este artículo ya que sus consejos y asesorías fueron indispensables para lograr terminarlo con éxito.

Y también agradecemos al M.C. Luis Ángel Zaldívar Cruz por disiparnos algunas dudas con respecto a la solución del problema aplicado en el artículo

BIBLIOGRAFIA

ECUACIONES DIFERENCIALES DENNIS Z. ZIILL

CALCULO MULTIVARIABLE DE JAMES STEWARDS